

2 settembre 2022

**Laurea Triennale in Informatica**  
**Analisi Matematica**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ Matricola n° \_\_\_\_\_

**Disclaimer:** autorizzo la pubblicazione dei risultati dell'esame sul sito del docente.

Firma \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** Studiare la seguente funzione

$$f(x) = e^{-\frac{1}{2x}} (x - |x - 2| + 1) ,$$

indicando: dominio, andamenti asintotici, punti di non derivabilità (specificando il tipo, se esistono), monotonia e punti di max/min locale. Disegnare un grafico approssimativo della funzione. Inoltre, calcolare la retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(3, f(3))$ .

**Esercizio 2.** Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(e^x - 1 - x)^2 - \frac{1}{4} \sin(x^4) - \tan\left(\frac{x^5}{\ln|x|}\right)}{\left(\sqrt[3]{8 - x^2} - 2\right) \arctan(\pi x^3) - 2x^2 e^{\frac{1}{x}}}.$$

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(t) = \frac{\ln(t) + 1}{t^2 \ln^2(t) - t \ln(t) - 2}$$

3.1) determinare la primitiva dell'integrale indefinito  $\int f(t) dt$ ;

3.2) Discutere quindi l'esistenza come integrale improprio di  $\int_1^{+\infty} f(t) dt$  e di  $\int_e^{+\infty} f(t) dt$ , calcolandone il valore se esiste.

**Esercizio 4.** Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y(x) = 3 \sin(2x)$$

4.1) trovare le soluzioni della equazione omogenea associata;

4.2) trovare le soluzioni della equazione non-omogenea;

4.3) risolvere il problema di Cauchy della soluzione non omogenea con  $y(0) = 0$  e  $y'(0) = 1$ .

**Esercizio 5.** Dato l'insieme

$$A = (-1, 1) \cup \left\{ (-1)^n \left( 2 + \frac{1}{n} \right) \text{ con } n = 1, 2, 3, \dots \right\}$$

determinare, motivando le risposte

5.1)  $\sup A / \inf A$  e  $\max A / \min A$ ;

5.2) l'insieme dei punti interni  $\overset{\circ}{A}$ , la sua chiusura  $\bar{A}$ , la frontiera  $\partial A$  e i punti isolati di  $A$ ;

5.3) l'insieme  $A'$  dei punti di accumulazione di  $A$ .